

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова»
(ФГБОУ ВО «ХГУ им. Н.Ф. Катанова»)

Институт естественных наук и математики

УТВЕРЖДАЮ

Председатель приемной комиссии
Ректор ХГУ им. Н.Ф. Катанова
Краснова Т.Б.



2024 г.

ПРОГРАММА
вступительных испытаний
«Алгебра, геометрия и начала математического анализа»

Абакан, 2024

1. Программа вступительных испытаний «Алгебра, геометрия и начала математического анализа» для лиц, поступающих на базе среднего профессионального образования

2. Разработчик (и) программы:
доцент кафедры МФИТ _____



Кириллова Н.А.

3. ПРИНЯТА на заседании кафедры математики, физики и информационных технологий

13.09.2024 _____ протокол № 2 _____
(дата)

Зав. кафедрой МФИТ _____ Гафнер Ю.Я.
(подпись) (ФИО)

4. РАССМОТРЕНА на заседании Ученого Совета Института естественных наук и математики

24.10 2024 _____ протокол № 6 _____
(дата)

Председатель УС  _____ В.В. АНЮШИН
(подпись) (ФИО)

_____ (дата)

СОДЕРЖАНИЕ

I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели вступительного испытания

Требования к профессиональной подготовленности абитуриента

Порядок проведения вступительного испытания

II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

III. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Вступительный экзамен по алгебре, геометрии и началам математического анализа проходит в форме письменного тестирования.

Объем знаний и степень владения материалом определяется на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования, с учетом Концепции развития математического образования в Российской Федерации (утвержденной распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г., N 2506-р).

Принципы построения программы

1. Основная цель – приобретение обучающимися теоретических знаний и практических навыков, необходимых для успешного прохождения итогового тестирования по математике и дальнейшего обучения в вузе.
2. Цели программы сформулированы в терминах «иметь представление», «владеть», «уметь» (иметь практические навыки), что повышает практическую направленность изучаемой дисциплины.
3. Программа интегрирует в себе сведения по арифметике, алгебре и начал математического анализа, геометрии, элементов высшей математики, изучаемых в рамках дисциплины «Математика» для средних профессиональных образовательных учреждений.
4. Программа рассчитана как на аудиторную, так и на самостоятельную работу обучающихся.

Цели вступительного испытания

В соответствии со стандартом, абитуриент должен:

иметь представление:

- о предмете изучения алгебры, геометрии и начал математического анализа, о роли математики и ее месте в системе учебных предметов;
- о прикладном характере математики и формировании общекультурного потенциала учащихся;
- об основных этапах истории математики и основных современных тенденциях ее развития.

знать:

- математические определения и теоремы, предусмотренные программой;
- математическую символику;

владеть:

- навыками использования чертежных инструментов при решении задач;
- математическим языком («читать» чертеж, строить чертеж по описанию).

уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькулятором или таблицами для проведения вычислений;
- проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;

- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций; выполнять простейшие преобразования графиков функций;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним (сюда, в частности, относятся уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции);
- решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;
- решать и исследовать уравнения и системы уравнений с параметром;
- изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости;
- использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а также методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач;
- производить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций;
- пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы, на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке и при построении графиков функций;
- составлять уравнение касательной к графику функции и решать задачи, связанные с геометрическим смыслом производной.

Требования к профессиональной подготовленности абитуриента

- на вступительном экзамене по алгебре, геометрии и началам математического анализа поступающий в ХГУ им. Н.Ф. Катанова должен показать:
 - а) четкое знание математических определений и теории, предусмотренных программой;
 - б) умение точно и сжато выражать математическую мысль в устном и письменном изложении, использовать соответствующую символику;
 - в) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

Порядок проведения вступительного испытания

Форма заданий вступительного экзамена – задания по основным математическим разделам: арифметике, алгебре и началам математического анализа, геометрии, в том числе, аналитической геометрии. В каждый вариант тестов включено по 20 заданий закрытого и 10 заданий открытого типа (в которых следует привести ответ).

На решение задач данных контрольных мероприятий отводится 180 минут.

Критерии и показатели результата вступительного испытания, шкала и процедура оценивания

Вступительный экзамен по алгебре, геометрии и началам математического анализа призван выявлять уровень теоретических знаний предмета, степень сформированности умений и навыков. Критериями, определяющими уровень усвоения теоретического материала и степень сформированности навыков и умений являются:

- четкое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой, умение доказывать эти теоремы;
 - умение четко и сжато выражать математическую мысль, использовать соответствующую символику;
 - уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их к задачам;
 - владение алгоритмами решения стандартных задач.
- Итоговый результат вычисляется по сумме баллов, полученных за каждое задание.

Первая группа заданий (закрытого типа) части А: за каждое задание выставляется по 3 балла за правильный ответ.

Вторая группа заданий (открытого типа) части В: за каждое задание выставляется по 4 балла за правильный ответ.

Таким образом, абитуриент, правильно выполнивший все задания вступительного теста, получает 100 баллов.

Результат вступительного испытания считается положительным, если сумма набранных баллов соответствует или превышает минимальное количество баллов, установленное Правилами приема на обучение по программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета в 2025 году в ФГБОУ ВО ХГУ им. Н. Ф. Катанова по соответствующему направлению подготовки (специальность).

II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Программа по алгебре, геометрии и началам математического анализа состоит из двух разделов. Первый из них представляет собой перечень основных математических понятий и фактов, которыми должен владеть поступающий (уметь правильно их использовать при решении задач). Во втором разделе указаны теоремы, которые надо знать и уметь применять при решении задач.

Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа. Простые, составные и взаимно простые числа. Делимость. Признаки делимости чисел на 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10. Разложение числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное, их нахождение.
2. Целые числа. Рациональные числа, их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
3. Действительные числа, их представление в виде десятичных дробей.
4. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл. Основные свойства модуля. Применение этого понятия к решению уравнений и неравенств, содержащих модуль.
5. Проценты, пропорции.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Действия со степенями. Арифметический корень и его свойства.
8. Логарифмы, их свойства.
9. Одночлен и многочлен.

10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.
12. График функции. Возрастание и убывание функции, периодичность, четность, нечетность.
13. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.
14. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической, арифметического корня.
15. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
16. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
17. Система уравнений и неравенств. Решения системы.
18. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, ее сумма.
19. Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух аргументов.
20. Формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.
21. Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.
22. Предел последовательности, предел функции, замечательные пределы.
23. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.
24. Производные основных элементарных функций.
25. Производная суммы двух функций.
26. Производная произведения двух функций.
27. Производная частного двух функций.
28. Производная сложной функции.
29. Уравнение касательной к графику функции.
30. Направление выпуклости графика. Точки перегиба.
31. Применение производной для исследования функций.
32. Дифференциал функции. Приложения дифференциала к приближенным вычислениям.
33. Первообразная функции, основные свойства первообразной. Неопределенный интеграл и его свойства. Методы интегрирования: непосредственное интегрирование и замена переменной.
34. Определенный интеграл, его свойства и вычисление с помощью формулы Ньютона-Лейбница. Замена переменной при вычислении определенного интеграла.
35. Геометрические и физические приложения неопределенного и определенного интегралов.
36. Понятие о дифференциальном уравнении.
37. Комплексные числа.
38. Матрицы. Действия над матрицами.

39. Определители второго и третьего порядков.

40. Системы линейных уравнений. Методы решения систем линейных уравнений: метод Крамера и метод Гаусса.

41. Элементы комбинаторики и бином Ньютона.

Геометрия с элементами аналитической геометрии

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные и перпендикулярные прямые.

2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.

3. Векторы на плоскости и в пространстве, операции над векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Нахождение угла между векторами. Условие перпендикулярности векторов. Коллинеарность векторов, компланарность векторов. Длина вектора.

4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники.

5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Свойство перпендикуляра, опущенного из вершины прямого угла на гипотенузу.

6. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

8. Центральные и вписанные углы, углы, образованные двумя хордами, хордой и касательной. Их измерение.

9. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и сектора.

11. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

13. Параллельность прямой и плоскости.

14. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

15. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

16. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамида. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

17. Правильные многогранники: тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр.

18. Тела вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

19. Формула объема параллелепипеда.

20. Формулы площади поверхности и объема призмы.

21. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.

22. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

23. Формулы площади поверхности и объема конуса.

24. Формула объема шара.

25. Формула площади сферы.

26. Метод координат на плоскости и в пространстве.

27. Прямая на плоскости.
28. Кривые второго порядка.
29. Прямая и плоскость в пространстве.

Основные формулы и теоремы

1. Свойства функции $y = ax + b$ и ее график.

$$y = \frac{k}{x}$$

2. Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.
3. Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.
4. Формула корней квадратного уравнения.
5. Теорема Виета (прямая и обратная).
6. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
7. Свойства числовых неравенств.
8. Логарифм произведения, степени, частного.
9. Определение и свойства функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ и их графики.
10. Определение и свойства функций $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ и их графики.
11. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.
12. Формулы приведения.
13. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
14. Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента.
15. Производная суммы двух функций.

Геометрия

1. Признаки равенства треугольников.
2. Свойства равнобедренного треугольника.
3. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
4. Признаки параллельности прямых.
5. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
6. Признаки параллелограмма.
7. Окружность, описанная около треугольника.
8. Окружность, вписанная в треугольник.
9. Касательная к окружности и ее свойства.
10. Измерение угла, вписанного в окружность.
11. Признаки подобия треугольников.
12. Теорема Пифагора.
13. Теорема косинусов.
14. Теорема синусов.
15. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
16. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
17. Признак параллельности прямой и плоскости.
18. Признак параллельности плоскостей.
19. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
20. Теорема, о трех перпендикулярах.
21. Перпендикулярность двух плоскостей.

III. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Богомолов Н.В. Математика. Задачи с решениями. В 2 частях. Часть 1: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н.В. Богомолов.- 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2021. – 439 с.
2. Богомолов Н.В. Математика. Задачи с решениями. В 2 частях. Часть 2: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н.В. Богомолов.- 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2021. – 320 с.
3. Баврин И.И. Математический анализ: учебник и практикум для среднего профессионального образования / И.И. Баврин.- 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2021. – 327 с.
4. ЕГЭ-2020. Математика: профильный уровень / под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону, 2019.
5. Сабитов И.Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие для среднего профессионального образования / И.Х. Сабитов, А.А. Михалев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2021. – 258 с.

Дополнительная:

1. Богомолов Н.В. Математика: учебник для среднего профессионального образования / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. – 5 – е изд., перераб. И доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2021.- 401 с.
2. Геометрия. Базовый курс с решениями и указаниями. (ЕГЭ, олимпиады, экзамены в вуз): Учебно-методическое пособие / Золотарёва Н. Д., Семендяева Н. Л., Федотов М.В. – М: Изд-во Фойлис, 2010. – 296 с., ил.
3. Коннова Е.Г. ЕГЭ 2015. Математика: экспресс- подготовка / Под ред. Ф.Ф. Лысенко. – Ростов-на-Дону: Легион, 2015.
4. ЕГЭ 2020. Математика. Базовый уровень. Типовые тестовые задания. 10 вариантов / Под. ред. Ященко И.В. М., 2019. – 64с.
5. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. Типовые тестовые задания. 10 вариантов / Под. ред. Ященко И.В. М., 2019. – 64с.